



Ing. Jesús Velásquez-Bermúdez, Dr. Eng.
Chief Scientist DecisionWare - DO Analytics
jesus.velasquez@decisionware.net



Septiembre 2019

ÍNDICE

- 1 PLANIFICACIÓN URBANA**
 - 1.1 ANTECEDENTES**
 - 1.2 MODELAMIENTO DEL ORDENAMIENTO TERRITORIAL**
 - 1.3 ASPECTOS MATEMÁTICOS**
 - 1.4 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL – LICENCIA GNU**
- 2 CONCEPTUALIZACIÓN DEL MODELO DE ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE USO DEL SUELO**
 - 2.1 GENERACIÓN DE CONOCIMIENTO**
 - 2.2 UBICACIÓN ESPACIAL**
 - 2.3 SISTEMA ECONÓMICO**
 - 2.4 SISTEMA DE CARGAS URBANÍSTICAS Y BENEFICIOS ECONÓMICOS**
 - 2.5 MODELAMIENTO DEMOGRÁFICO**
 - 2.6 SISTEMA DE VIVIENDAS**
 - 2.7 SISTEMA DE EQUIPAMIENTOS**
 - 2.8 EXPANSIÓN DE EQUIPAMIENTOS Y VIVIENDA SOCIAL**
 - 2.9 ACTIVIDADES ECONÓMICAS**
 - 2.10 EMPLEO**
 - 2.11 ESPACIO PÚBLICO**
 - 2.12 USO DEL SUELO**
 - 2.13 SISTEMA DE MOVILIDAD**
 - 2.13.1 LA DECISIÓN HUMANA**
 - 2.13.2 SISTEMA DE TRANSPORTE MULTIMODAL**
 - 2.13.3 SISTEMAS DE TRÁFICO**
 - 2.13.4 COSTO DE MOVILIDAD**
 - 2.14 MAXIMIZACIÓN DEL EXCEDENTE SOCIAL**

1 PLANIFICACIÓN URBANA

1.1 ANTECEDENTES

Este modelo fue desarrollado para ayudar a la revisión del Plan de Ordenamiento Territorial (POT) del Municipio de Medellín, durante el segundo semestre del año 2005 y el primer semestre del año 2006. Nace como respuesta a la necesidad de modelar el uso del territorio de la Zona Metropolitana del Valle de Aburrá (AMVA) que es una región que consta de diez municipios: Barbosa, Bello, Caldas, Copacabana, Envigado, Girardota, Itagüí, La Estrella, Sabaneta y Medellín; todos ellos ubicados en el Departamento de Antioquia en Colombia. El DSS fue patrocinado por la Alcaldía de Medellín. Posteriormente fue suministrado al Departamento Administrativo de Planeación Distrital (DAPD) de la ciudad de Bogotá, durante el segundo semestre del año 2006.

Los Planes de Ordenamiento Territorial (**POT**) se adoptan en Colombia a partir de 1997. Para el Municipio de Medellín se adopta el **POT** en 1999 (**POT-99**) y en el 2005 se inicia la revisión de este (**POT-05**), entendiendo que los **POTs** son procesos dinámicos que requieren un proceso de continua formulación, prospectiva y seguimiento.

Los **POTs** esperan que los planes estratégicos se vean reflejados sobre su territorio como un resultado deseable y para ello ordenan, reglamentan y restringen los usos y los aprovechamientos del suelo para que la ocupación del territorio si bien refleje los objetivos del plan, sea acorde con los parámetros de habitabilidad y de calidad de vida para los ciudadanos.

Se parte entonces de dos modelos que pueden entenderse como dos capas de la planificación de una ciudad, para ello se requiere:

- i) Un modelo macroeconómico agregado que guía los planes de desarrollo y la actividad productiva (como el presentado en el capítulo 2 del presente libro), y
- ii) Un modelo de ocupación de la ciudad que permite visualizar la distribución sobre el territorio de las actividades productivas y de la población, atendiendo a las dinámicas de ocupación del territorio sugeridas por cada escenario macroeconómico, pero orientando esa ocupación según los lineamientos de los **POTs** y bajo criterios de ocupación óptimos respecto a costos, movilidad y beneficio social.

El modelamiento, espera observar las dinámicas de ocupación territorial "óptimas" bajo diferentes escenarios macroeconómicos en dos direcciones:

- i) Observar la ocupación como consecuencia de la reglamentación y de las restricciones impuestas sobre el suelo en los **POTs** y dar luces sobre la conveniencia de la implementación de esas reglamentaciones dado el escenario de ocupación esperado. En este sentido, el modelo puede actuar interactivamente con el proyecto de revisión del **POT** para revisar previamente la viabilidad del ordenamiento.
- ii) Dar señales de ocupación no deseadas o que trascienden su propio ámbito geográfico, permitiendo repensar los planes estratégicos o bien señalando diferentes actuaciones encaminadas a repensar la cobertura de redes de servicios públicos, tecnológicas y viales para repensar el territorio en términos de los escenarios económicos más ambiciosos.

Por lo tanto, surge la necesidad de modelar el uso del territorio de las ciudades y de sus zonas vecinas. El proceso de conurbación visible en las grandes ciudades se ha convertido en una dimensión socio-cultural en la región conurbada, que exige entre otras cosas, el diseño y la ejecución de instrumentos de planificación que comprometan un esfuerzo integral con enfoque regional integrado.

Las grandes ciudades grandes enfrentan un rápido crecimiento. Dicho escenario implica la planificación estratégica alrededor del tema de la vivienda, la infraestructura básica de transporte y de servicios públicos,

el empleo, el espacio urbano adecuado y la revisión y refuerzo de políticas medioambientales, económicas, energéticas y urbanísticas que permitan la sostenibilidad de la región.

Por lo tanto, las regiones deben contar con, al menos, un modelo técnico-económico cuyo objetivo sea analizar los escenarios de desarrollo económico probables y posibles a los que se quiere tender y los requerimientos que se deben cumplir para alcanzar dichas metas. Cada escenario debe tener asociado una dinámica productiva y una respuesta en términos de la capacidad de la población para participar en ella, definiendo diferentes patrones de respuesta de la población en cuanto a requerimientos en educación, movilidad, accesibilidad e ingreso, entre otros.

Se debe notar que los parámetros de modelamiento presentados corresponden a los utilizados en los estudios realizados para Medellín.

1.2 MODELAMIENTO DEL ORDENAMIENTO TERRITORIAL

El modelo desarrollado permite analizar escenarios de ocupación y de densificación de la ciudad, por zonas geográficas relacionadas entre sí mediante condiciones de accesibilidad e interacción socio-económica. El presente capítulo contiene la formulación matemática de un modelo de asignación de uso del suelo que corresponde al modelo **POT-URB**

El **POT-URB** tiene como objetivo determinar la distribución de personas, de empresas, de equipamientos y de modos de transporte que maximizan parcialmente el excedente social que se genera al interior de un espacio como consecuencia del mercado del suelo y que resume una ponderación de los costos de inversión y de los beneficios-costos sociales esperados en el futuro como consecuencia de las decisiones de ordenamiento que se deben tomar bajo un escenario técnico-económico proveniente del modelo de equilibrio parcial regional, descrito en el capítulo 2.

El resultado final será un “plan estratégico” de largo plazo que define el “mejor” estado al que puede llegar la sociedad con respecto al uso del suelo, a la ubicación y movilidad de las personas y a la ubicación de infraestructura socio-empresarial en dicho suelo, que satisfaga el ciento por ciento de las demandas de servicios sociales bajo determinadas condiciones de calidad de vida, definidas implícitamente en los escenarios económicos analizados y explícitamente en términos de tiempo medio de acceso y distancia media de acceso a dichos servicios.

El modelo **POT-URB** puede concebirse como la unión de siete modelos básicos:

- Vivienda
- Sectores económicos
- Equipamientos
- Empleo
- Usos del suelo
- Servicios públicos
- Población
- Movilidad



A los modelos anteriores puede adherirse nuevos modelamientos, como el ambiental, o puede unirse a un modelo orientado a la optimización de las regiones rurales, el cual denominaremos **POT-RUR**, el cual se describe en el capítulo 5.

El modelo propuesto puede apoyar los siguientes niveles de planificación:

- Plan de ordenamiento territorial de la ciudad
- Planes zonales de desarrollo
- Planes parciales de desarrollo.

La planificación territorial, concentrada en el ordenamiento del uso del suelo, implica la localización óptima de infraestructura social. El proceso no se reduce a una sola corrida de un modelo matemático que de manera automática proporcione las decisiones óptimas que se deben tomar. Corresponde a un proceso de generación de conocimiento que se realiza con la ayuda de los modelos matemáticos., los fundamentos del modelaje de localización de equipamientos fueron presentados en los anexos de del capítulo primero.

1.3 ASPECTOS MATEMÁTICOS

La planificación del territorio urbano (**POT-URB**) se concentra en la asignación del suelo de las ciudades a los diferentes usos productivos y de protección ambiental que tiene que definir el gobernante de la ciudad teniendo en cuenta los diferentes usos que se pueden tener en el territorio. Para ello se propone un modelo matemático técnico-económico de equilibrio económico parcial, basado en un modelo de optimización que maximiza el excedente social parcial. El **POT-URB** integra en un sólo modelo la estructura matemática de los problemas a resolver para asignar espacio destinado a vivienda, actividades económicas, equipamientos, espacio público y la distribución de la población en el territorio.

El modelo, denominado **POT** corresponde a un problema de programación matemática que se puede utilizar en varias versiones:

- i) Paralela determinística: se resuelve para cada escenario socio-económico proveniente del modelo económico regional que se tenga como referencia, y posteriormente se integran todos los resultados para analizar la reglamentación del **POT** que se está estudiando.
- ii) Programación Estocástica: se resuelve un modelo de optimización estocástica, a los cuales se asocian escenarios socio-económico con una probabilidad de ocurrencia, de forma tal que optimiza el valor

esperado del excedente social. En este modelo se pueden incorporar restricciones probabilística para controlar la ocurrencia de los efectos indeseables.

- iii) Optimización Robusta: este tipo de análisis permitiría definir los escenarios aleatorios sin asociar a una probabilidad, pero asociándolos a rangos de variación de los parámetros, de forma tal que el modelo encuentre soluciones que son factibles y convenientes para todos los escenarios.

En adelante los escenarios serán referenciados por medio del subíndice **m**, de tal forma que cada problema a resolver será referenciado como **POT(m)**: en donde se unen parámetros provenientes del escenario técnico-económico y parámetros provenientes de la base de datos georeferenciada, con la información proveniente de los sistemas de información básicos.

Este capítulo presenta la formulación matemática detallada del **POT-URB** y la conectividad de los siete modelos que lo componen

Un Sistema de Soporte de Decisiones, SSD, asociado con el uso de la tierra en una ciudad y su región adjunta, implica la aplicación de un conjunto de modelos matemáticos que representan la lógica con la que las personas y las empresas se ubican en el espacio de las zonas urbanas y de las rurales (procesos macro/micro económicos); los modelos deben simular:

- i) La manera en que empresas y las personas toman decisiones según sus propios intereses, respetando la normativa del uso del suelo determinada por el gobierno regional, y
- ii) La planificación de las inversiones necesarias para cumplir con la oferta social servicios (educación, salud, seguridad, transporte, ...) que debe soportar la región, como una entidad global y autónoma.

Esto es difícil de obtener con un modelo matemático único y, por lo tanto, es necesario el desarrollo de varios modelos que generan la información necesaria para apoyar el proceso de tomar las "mejores decisiones" para los habitantes de la región.

Desde el punto de vista matemático, la solución del modelo implementado incluye los siguientes aspectos no-tradicionales para enfrentar este tipo de problema

1. Uso de Random Utility Theory (MacFadden) como el medio para asignar las decisiones de las personas para acceder a los servicios sociales
2. El uso de metodologías de gran escala (Generalized Dual Dynamic Programming) para facilitar el modelamiento detallado del espacio
3. La utilización de "Programación Estocástica" para considerar múltiples escenarios del entorno socio-económico.

Dos publicaciones resumidas se han realizado con respecto a este modelo:

Velasquez-Bermudez, J., Saldaña-Cortes, C. and Gutierrez-Franco, E., "**A Mathematical Programing Model for Regional Planning Incorporating Economics, Logistics, Infrastructure and Land Use**". K. Gakis and P. Pardalos (Chapter 1 of the Book "**Networks Design and Optimization for Smart Cities**", Series of Operating Research, Volume 8, edited by Professors P. U. of Florida) and (U. of Florida) published by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

<http://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/10277>

Velasquez-Bermudez, J., **A Decision Support System for Regional Planning of Large Regions Using Mathematical Programing**

http://www.doanalytics.net/Documents/A_Mathematical_Programing_Model_for_Regional_Planning.pdf

1.4 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL – LICENCIA GNU



2 CONCEPTUALIZACIÓN DEL MODELO DE ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE USO DEL SUELO

POT-URB es la unión de siete submodelos: vivienda, sectores económicos, servicios sociales, empleo, uso de la tierra, población y movilidad. Los índices asociados a las entidades modeladas se describen en la tabla siguiente (son utilizados en la descripción de los parámetros del del modelo matemático)

ENTITIES AND INDEXES		
Index	Entity	Description
c	Sector Económico	Actividades económicas en las que se divide la economía
d	Grupo Nivel Ingresos	Grupos de nivel de ingreso anual de la población
w	Categorías de Empleo	Tipos de empleo que demandan las actividades económicas
e	Equipamientos	Instalaciones orientadas a la prestación de servicios sociales
n	Nivel Equipamiento	Clasificación de servicios sociales por grado de especialización en las instalaciones
h	Tipo de Vivienda	Tipos de vivienda que demanda la población
r	Modo de Transporte	Modos de transporte disponibles para satisfacer los viajes de la población entre UBTs
i,k	Intersección vial	Intersecciones del sistema de tráfico
g	Corredor Vial	Arcos del sistema de transporte que interconectan las intersecciones y las UBTs
p	Hora de trafico	Grupo de horas asociadas a un nivel de la carga de tráfico
u, v, x	Unidad Básica Territorial	Basic unit of modeling of the territory (UBT)

2.1 GENERACIÓN DE CONOCIMIENTO

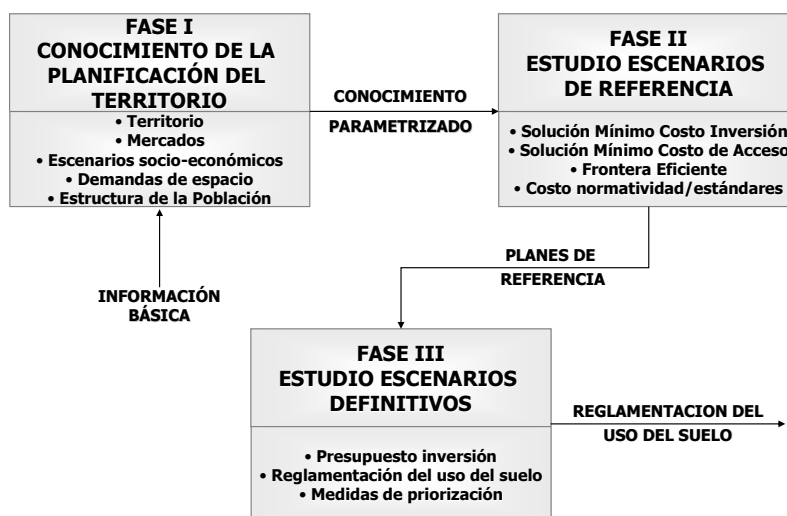
La planificación territorial, concentrada en el ordenamiento del uso del suelo, no se reduce a una sola corrida de un modelo matemático que de manera automática proporcione las decisiones que se deben tomar. Corresponde a un proceso de generación de conocimiento que se realiza con la ayuda de los modelos matemáticos.

El proceso se desarrolla en tres fases:

- Conocimiento del Plan de Ordenamiento Territorial:
- Estudio escenarios de referencia
- Estudio escenarios definitivos

Las anteriores fases se desarrollan de manera secuencial, sin que ello implique que en un momento no se puedan realizar retroalimentaciones a fases previamente estudiadas. La siguiente gráfica resume el procedimiento propuesto.

PROCESO DE PLANIFICACIÓN DEL ORDENAMIENTO TERRITORIAL



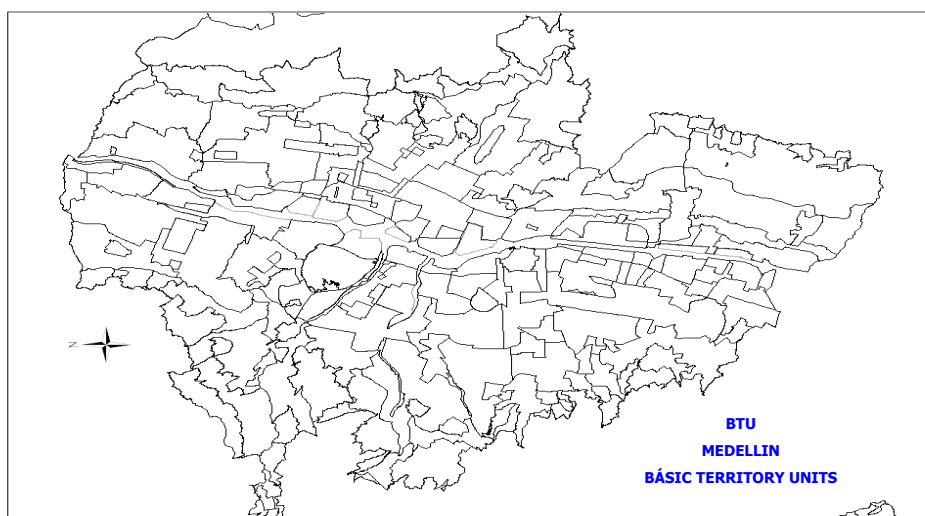
2.2 UBICACIÓN ESPACIAL

Para propósito de modelaje es necesario ubicar en el espacio geográfico los elementos que hacen parte del problema. En general se consideran dos tipos de elementos: los asociados a la demanda y los asociados a la oferta, la cual proviene de dos tipos de agentes: las empresas y las personas. Para propósitos de su ubicación espacial, los agentes se asocian a un espacio (área), denominada unidad territorial básica (**UBT**), en la que se encuentra el agente, demandante u oferente de servicios y/o productos. Dicho espacio se asocia a una posición puntual en la geografía la cual normalmente coincide con el centroide de dicho espacio.

La demanda de las personas se asocia con la distribución espacial de la población, la cual está distribuida en el espacio de acuerdo con los lugares donde habita o trabaja. Como oferentes, las personas ofrecen su capacidad de trabajo, con base en la cual se satisface la demanda de empleo de las empresas. Para satisfacer sus demandas y ofrecer sus servicios, normalmente, las personas se desplazan a los sitios donde se ofrecen los servicios (equipamientos y centros de comercio) o se demandan sus conocimientos (empresas).

Con excepción del espacio público, la oferta de servicios sociales (equipamientos) se asocia con espacios pequeños, no comparables en tamaño con los espacios en donde se encuentra esparcida la demanda de servicios, pero que ocupan parte del espacio de la **UBT**. Dado que el objetivo no es la localización puntual de los equipamientos, todos se asumen ubicados en el centroide de la **UBT** donde se encuentran de tal forma que el problema de determinar cuáles demandas atiende un equipamiento se reduce a establecer un árbol de conectividad entre los centroides de oferta de servicios y los centroides de las zonas de demanda.

De manera similar, las empresas ocupan un espacio de la **UBT** y se asumen que se están ubicadas en el centroide de la **UBT** donde se encuentran. El conjunto de **UBTs** deben cumplir con ser colectivamente exhaustivas y mutuamente excluyentes con respecto a la región cuyo ordenamiento se está planificando.



Las UBT se clasifican teniendo en cuenta diferentes tipos de tratamientos, definidos para guiar el desarrollo de la zona urbana de la región. Los tratamientos son decisiones municipales sobre el ordenamiento territorial que permiten orientar, diferencialmente, la forma de intervenir en el uso del suelo, con el fin de alcanzar objetivos globales de desarrollo y expansión de las zonas urbanas y rurales. Los tratamientos urbanos son: conservación, consolidación, mejora general, renovación, desarrollo y reurbanización; los tratamientos rurales son: conservación estricta, conservación activa con producción restringida, conservación activa con producción primaria, incentivo de actividades forestales, recuperación, regeneración o mejora, restauración de actividades rurales, consolidación suburbana, mejora integral y reurbanización.

2.3 SISTEMA ECONÓMICO

El sistema económico regional es el motor del desarrollo del territorio y el mismo se caracteriza por los sectores económicos que demandan espacio, empleo y materias primas, y a cambio ofrecen servicios y productos de consumo, parte de los cuales se consumirán en el territorio en estudio y lo restante se exportará territorios foráneos.

El nivel de actividad total de cada sector empresarial, que representa el nivel de la economía regional, proviene de los escenarios analizados con base en el modelo económico. El nivel de actividad se expresa en uni-act (unidades de nivel de actividad) propias de cada sector económico. Por cada uni-act los sectores económicos demandarán espacio ($\text{mts}^2/\text{uni-act}$), en piso y en altura, y empleo calificado ($\text{empleos}/\text{uni-act}$).

La tabla muestra el valor de los parámetros económicos:

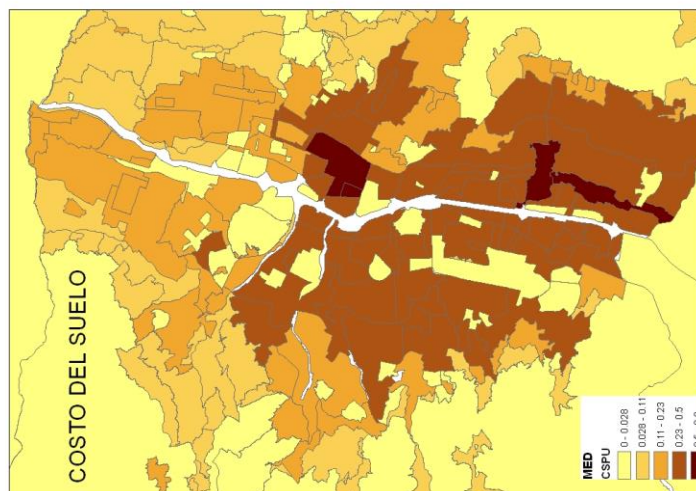
ATVH	Superficie requerida por unidad de carretera primaria (mt^2)
CAJS	Costo de construcción de la unidad de espacio público ($\text{M}\$/\text{mt}^2$)
CAVP	Costo de construcción de la unidad de la carretera primaria ($\text{M}\$/\text{mt}^2$)
CAVS	Costo unitario de construcción de la carretera secundaria ($\text{M}\$/\text{mt}^2$)
IPCA	Objetivo de ingreso anual per cápita; el indicador más importante de crecimiento económico (USD)
MEPU	Objetivo del espacio público por persona ($\text{mt}^2/\text{habitante}$)
TCAM	Tipo de cambio de US dólares a pesos colombianos ($\$/\text{USD}$)
FPDM	Fracción de población desplazada que se va a vivir en Medellín. La población desplazada debe estar asociada a inmigrantes forzados de la zona rural a las zonas urbanas debido al conflicto político en Colombia.

M\$ representa millones de pesos colombianos.

CHARACTERIZATION OF THE ECONOMICS SCENARIOS										
ID Scenario	Description	ATVH mt ² /veh-equ	CAJS M\$/mt ²	MEPU mt ² /hab	IPCA USD/year	CAVP M\$/mt ²	CAVS M\$/ mt ²	TCAM \$/USD	CDEP M\$/mt ²	FPDM
LOW	Economics Low	3.5	0.250	6	3592	0.16	0.112	2626	0.02	0.671
MED	Economics Medium	3.5	0.250	6	5845	0.16	0.112	2626	0.02	0.671
HIGH	Economics High	3.5	0.250	6	9731	0.16	0.112	2626	0.02	0.671

2.4 SISTEMA DE CARGAS URBANÍSTICAS Y BENEFICIOS ECONÓMICOS

La distribución equitativa de las cargas urbanas y de los beneficios económicos, que se generan como consecuencia del ordenamiento urbano, está asociada a un esquema de gestión del terreno que busca asegurar la asignación equilibrada de cargas y de beneficios entre las personas y las organizaciones que se ven afectadas por las reglas de la capacidad de construcción; esto implica la asignación de: obligaciones urbanas derivadas de la prestación de beneficios, financiación de los sistemas públicos (naturales y artificiales) que se consideran estratégicos y la determinación de los instrumentos/procedimientos de gestión. Normalmente, la carga y los beneficios están relacionados con los planes parciales urbanos que son el instrumento del ordenamiento urbano que apunta a las normas de ordenación del suelo para las zonas específicas (rurales o urbanas) susceptibles de ser urbanizadas. El valor económico del suelo es la referencia para la asignación de obligaciones urbanas, para el caso de asignaciones en dinero o en suelo; ya que, para este último, este valor puede representar un ingreso en la función objetivo (excedente social) que beneficia la construcción de espacio público, carreteras e instalaciones. Cada **UBT** se clasifica según si la carga urbana se puede pagar con dinero o con terreno.



2.5 MODELAMIENTO DEMOGRÁFICO

La población se caracteriza por el nivel de ingresos y por el comportamiento que se deriva de dicho nivel en lo que se refiere a consumo de: i) espacio para vivienda, ii) servicios de equipamiento, y iii) servicios empresariales. La población está compuesta por dos tipos de personas: i) empleados, y ii) personas que dependen de los empleados.

La población se agrupa en función de los atributos de ingresos por decil de población (fracciones iguales de población de acuerdo con la cantidad de habitantes); se utilizaron cinco niveles de ingresos, obtenidos por correspondencia de la estratificación económica de la región, los parámetros, proporcionados por el modelo económico son:

PNDU_{t,d} Población total con ingresos pertenecientes al grupo d (personas)
IPTU_d Valor añadido neto (excedente social) proporcionado por un empleado perteneciente al grupo d
NPED_d Composición económica familiar asociada al nivel de ingresos d (personas)
IPCQ_d Ingreso anual promedio per cápita del nivel de ingresos d (USD)
FPNI_d Fracción de la población que tiene nivel de ingresos d
ID_STRAd Estrato económico para el nivel de ingresos d
OK_DDS_d Indica si hay personas desplazadas en el nivel de ingresos d (sí o no)
 La tabla presenta los valores utilizados para el modelo.

CARACTERIZACIÓN DEL NIVEL DE INGRESOS						
ID Decil	IPCQ (USD-anual)	PNUD (personas)	NPED (personas/hogar)	FPNI (%)	ID_STRAd	OK_DDS
Q1	751	1'846.198	4.32	46	E1, E2	yes
Q2	1883	1'136.167	3.95	31	E3	no
Q3	3002	276.305	3.37	11	E4	no
Q4	4258	228.285	3.50	9	E5	no
Q5	11449	95.035	3.41	3	E6	no

2.6 SISTEMA DE VIVIENDAS

La demanda de vivienda está de acuerdo con el nivel de ingresos de los hogares, que depende del escenario económico. El plan de uso del suelo establece las normas que deben cumplirse, lo que limita la asignación de superficie para vivienda por **UBT** en: cantidad de pisos, densidad permitida de construcción y tasa de ocupación.

Las casas se agrupan en varios tipos según el área de construcción y el nivel de ingresos del empleado que habita la casa; los parámetros considerados son:

DVSV_h Demanda de vías secundarias por unidad de vivienda (mt²/housing)
DEVD_h Demanda de espacio público por unidad de vivienda (mt²/housing)
CVIC_h Costo de construcción privada (M\$/mt²), se aplica a las **UBT** que crecen debido a la capacidad de alquiler privada; es el resultado del modelo cargas urbanísticas y benefician económicos.
CAVA_h Costo de construcción social (M\$/mt²), se aplica a las **UBT** que crecen debido a proyectos sociales (casas tipo VIS y VT1)
OK_IO_h Indica que las viviendas deben tener áreas verdes alrededor del perímetro
INOV_h Índice de ocupación por tipo de vivienda
NPVI_{u,h} Cantidad de pisos promedio por tipo de vivienda en cada **UBT** al comienzo del horizonte de planificación

La tabla presenta la caracterización de los tipos de vivienda utilizados en el proyecto.

CARACTERIZACIÓN DE LAS VIVIENDAS							
Grupo Vivienda	Descripción	DVSV (mt ² /und)	DEVD (mt ²)	CVIC (M\$/mt ²)	CAVA (M\$/mt ²)	INOV	OK_IO
VIS	Vivienda 49.4 mt ²	2	49.4	0.3	0.2	1	NO
VT1	Vivienda 62.2 mt ²	3	62.2	0.45	0.3	0.9	NO
VT2	Vivienda 82.2 mt ²	6	82.8	0.7	0.4	0.8	NO
VT3	Vivienda 104.8 mt ²	10	104.8	1	0	0.5	NO
VT4	Vivienda 198.4 mt ²	12	198.4	1.5	0	0.3	YES

Las ecuaciones involucradas en el modelado de viviendas están relacionadas con:

- Cantidad de casas de cada tipo dependiendo de la población
- Housing area per number of houses
- Dynamics of each type of housing
- Dynamics of built and disposal areas in the **UBT** including effect of demolished lots
- Limits the built area per the base area established by the regulation

El plan de uso de la tierra establece las normas que limitan la asignación de superficie para vivienda por **UBT** en: número de pisos, densidad permitida de construcción y tasa de ocupación.

2.7 SISTEMA DE EQUIPAMIENTOS

El sistema de equipamientos corresponde a instalaciones orientadas a prestar servicios sociales a los habitantes del territorio. El sistema se soporta en los siguientes conceptos:

- Tipo de Equipamiento: caracteriza el tipo de servicio social cuya demanda atienden los equipamientos de este tipo
- Niveles de Servicio: especifica los niveles de servicio social que se atienden con el equipamiento

La capacidad para prestar servicios de cada equipamiento se expresa en uni-equi (unidades de equipamiento) especificadas para cada nivel de servicio que presta el equipamiento. Por cada uni-equi los equipamientos demandarán espacio ($\text{mts}^2/\text{uni-equi}$).

El estado tiene la responsabilidad de garantizar la oferta de ciertos servicios sociales con alta calidad, ofreciendo una infraestructura adecuada para asegurar que toda la población tenga acceso a dichos servicios. Por lo tanto debe garantizar el aprovisionar a la ciudad con instalaciones de forma tal que se minimicen: costos sociales pagados directamente por los usuarios al acceder a los servicios más los costos de inversión asumidos por el estado y/o por inversionistas privados.

Los parámetros relacionados con los equipamientos sociales y los niveles de servicio son:

CAEE_n	Costo de construcción del nivel de servicio n en los equipamientos ($\text{M}\$/\text{mt}^2$)
DEQA_n	Demanda de área de instalaciones, por nivel de servicio ($\text{mts}^2/\text{uni-equi}$).
DVSE_n	Demanda de área para carreteras secundarias, generada por los empleados según el nivel de servicio ($\text{mt}^2/\text{trabajador}$)
VIQE_n	Viajes diarios generados por el nivel de servicio (día de viaje/uni-equi)
DEQB_n	Demanda de zona ocupada por instalaciones por nivel de servicio ($\text{mts}^2/\text{uni-equi}$).

En la siguiente tabla se muestra un ejemplo de las instalaciones y su nivel de servicio utilizado en el proyecto.

CARACTERIZACIÓN DE LOS SERVICIOS SOCIALES Y LOS NIVELES DE SERVICIOS							
Equipa miento	ID Nivel Servicio	Nivel de Servicio	DEQA $\text{mt}^2/\text{uni-equi}$	DEQB $\text{mt}^2/\text{uni-equi}$	DVSE $\text{mt}^2/\text{trabajador}$	VIQE Viaje-día /uni-equi	CAEE $\text{M}\$/\text{mt}^2$
Educación	NEC	Preescolar, primaria y secundaria	3,330	5,550	0,463	1	0,63
	NEU	Técnico, profesional y postgrado	4,460	10,610	1,700	0,7	1,67
Salud	NSB	Baja Complejidad	3,408	1,973	6	1	10
	NSM	Media Complejidad	4,189	4,997	10	1	30
	NSA	Alta Complejidad	17,168	9,315	10	2	100

En el proyecto Medellín, para determinar la generación de viajes educativos diarios, se supuso que a nivel de posgrado, universidades y tecnología, el estudiante no iría todos los días de la semana a la instalación;

y para viajes de salud de alta complejidad la hipótesis es que el paciente suele ir acompañado de otra persona. Los viajes están asociados con las horas de tráfico y con su orientación: ir o volver.

Las ecuaciones modelo para la capacidad y las áreas de servicios sociales son:

- Dinámica de la disponibilidad para atender servicios sociales en cada **UBT**
- Asignación de áreas para servicios sociales n , la dinámica de la construcción de suelos y las relaciones entre las zonas construidas y ocupadas

2.8 ACTIVIDADES ECONÓMICAS

Las actividades económicas como la industria, los servicios y el comercio ocupan el espacio de los edificios orientados a actividades económicas. La actividad de los sectores económicos se mide en unidades de actividad (uni-fac, en este proyecto G\$) y en función de su demanda de empleados y de espacio de edificios económicos.

El modelado económico utilizó los siguientes parámetros para cada sector:

NACI_{t,c}	Actividad del sector económico c durante el período t (G\$)
DEMO_{t,c,w}	Demanda de tipo de trabajo w durante el período t (trabajo/G\$)
FDEC_{u,c}	Disminución de fracción máxima del sector económico en la UBT u
DESE_{t,c,d}	Demanda de servicios económicos por nivel de ingresos d durante el período t (G\$/persona)
DACO_c	Espacio de demanda por empleado ($\text{mt}^2/\text{trabajo}$)
CEAE_c	Costo de la capacidad construida para edificios en UBT u ($\text{mt}^2/\text{G\$}$)
CAIP_c	Costo de construcción de edificios en el primer piso ($\text{mt}^2/\text{G\$}$)
OK_PL_c	Indica si la industria puede utilizar edificios con varios pisos, para su crecimiento (sí o no)
DEIA_c	Demanda de infraestructura de la superficie ($\text{mt}^2/\text{G\$}$)
DVSW_c	Demanda de carreteras secundarias generada por los empleados del sector económico (mt^2/job)
NPMS_c	Número máximo de pisos para el sector de edificios (pisos)
OK_CA_c	Indica si el sector económico exige transporte de carga (sí o no)
OK_SP_c	Indica si el sector económico presta servicios directamente a la población, y por lo tanto genera viajes debido al consumo de dichos servicios (sí o no)
VIEM_c	Viajes diarios generados por los empleados del sector, el viaje incluye la llegada y la devolución de la persona (viaje-día/trabajo)

Tomando como referencia el Sistema de Información Geográfica (SIG) del catastro del municipio de Medellín se asociaron los nueve sectores que contiene a cinco categorías distribuidas en el territorio para el modelo POT-URB; además, se incluyó un sexto sector, correspondiente a una nueva actividad económica de alto valor añadido (NA, correspondiente a las empresas de alta tecnología para el año 2006); finalmente, se excluyó el sector de las minas y la explotación petrolera, ya que este sector no participa dentro de la economía de la región, para la que produce resultados anuales, por sectores y agregados para la AMVA. La tabla muestra las relaciones entre dos modelos.

CLASIFICACIÓN DE SECTORES ECONÓMICOS		
ID POT-URB	ID SIG	Description
AG	AG	Agricultura
IN	IM	Industria
	MP	Minas y petróleo
SM	EGA	Electricidad, gas y agua
	CNC	Construcción
	TCOM	Transporte
	FSIE	Establecimientos financieros, seguros, bienes raíces y servicios empresariales
CO	CMRH	Comercio, hoteles y restaurantes

CLASIFICACIÓN DE SECTORES ECONÓMICOS		
ID POT-URB	ID SIG	Description
SC	SSPC	Servicios comunitarios, sociales y personales
NA		Nueva actividad económica con alto valor añadido

Los parámetros básicos relacionados con los sectores económicos se presentan en la siguiente tabla.

CARACTERIZACIÓN DE LOS SECTORES ECONÓMICOS										
ID POT-URB	DEIA mt ² /G\$	VIEM viaje- day/trabajo	CEAE M\$/mt ²	CAIP M\$/mt ²	DVSW mt ² /trabajo	DACO mt ² /trabajo	NPMS piso	OK_SP	OK_CA	OK_PL
AG	0	1	17.3300	0	0.6	900	1	NO	YES	NO
SC	0.00113	1	0.64348	0	0.6	35	1	YES	NO	NO
SM	0.0021	1	1.79521	0	0.6	33	2	YES	YES	NO
IN	0.00362	1	3.94744	1.97	0.6	65	4	NO	YES	YES
CO	0.00765	1	0.18628	0	0.6	23	3	YES	YES	NO
NA	0.0021	1	0.64348	0	0.6	45	5	NO	YES	NO

La demanda per cápita de los servicios económicos es diferente para cada nivel de ingresos (**DESE_{c,d}**) e igual al valor de las ventas del sector dividido por el ingreso total de la población (suma del producto del nivel de ingresos multiplicado por la población correspondiente a este dicho nivel) multiplicado por el nivel de ingresos (G\$/persona).

Las siguientes ecuaciones permiten la asignación de estas actividades al espacio industrial.

- Dinámica de los niveles de actividad económica
- Dinámica de uso del área base para industrias
- Área de primer piso construida para los niveles de actividad económica
- Dynamics of areas built by economics sectors
- Condiciones para el uso del suelo para cada sector en cada **UBT**
- Áreas máximas para cada sector económico en cada **UBT**
- Limita el nivel de actividades a las condiciones económicas

Las siguientes ecuaciones de equilibrio describen el proceso:

- Atención de la demanda de servicios económicos c en **UBT** u
- Atención de los servicios ofrecidos en **UBT** u
- Equilibrio entre la oferta y la demanda de servicios en el territorio

2.9 EMPLEO

Como se mencionó previamente, en cuanto al empleo, la población se divide en dos tipos: empleados y habitantes dependientes de los empleados. Cada empleado pertenece a una categoría de empleo que está asociada con un nivel de ingresos; las personas dependientes comparten los mismos atributos del nivel de ingresos y el estrato económico del trabajador empleado. La tabla presenta la caracterización de las categorías utilizadas en POT-URB:

CARACTERIZACIÓN DE LAS CATEGORÍAS DE EMPLEO						
ID Categoría	Descripción	Nivel de Ingresos (%)				
		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5
DI	Directivos					100
PT	Profesionales Administrativos				90	10
AD	Tecnólogos		60	22	18	
PO	Operarios	45	50	5		

La productividad de la fuerza laboral se define como la demanda de los empleados por unidad de actividad de cada sector, $DEMO_{t,c,w}$ depende del tiempo, ya que se considera que debe aumentar a lo largo del tiempo. El porcentaje de aumento de la productividad con respecto a una productividad de referencia ($DEMR_{c,w}$) determina la dinámica del parámetro $DEMO_{t,c,w}$; los valores de $DEMR_{c,w}$ se presentan en la tabla.

PRODUCTIVIDAD DE REFERENCIA				
Sector Económico	Categorías de Empleados (Empleados/G\$)			
	AP	DI	OP	PT
AG	17.671	1.128	33.131	0
CO	57.565	3.674	62.228	0
IN	5.634	0.360	11.757	0
NA	1.952	0.488	0.488	6.833
SC	31.495	2.010	20.832	0
SM	11.680	7.460	8.518	0

El modelamiento del proceso de empleo incluye ecuaciones que representan el equilibrio agregado de empleo para diferentes categorías en cada **UBT**. La hipótesis es que las personas están dispuestas a viajar para trabajar entre cualquier par de **UBT**, por lo que no es necesario identificar el origen y el destino del viaje.

Las ecuaciones de equilibrio son:

- Asignación de puestos de trabajo en cada **UBT**
- Equilibrio entre la categoría de empleo y la **UBT**
- Equilibrio entre la oferta y la demanda de servicios económicos

2.10 ESPACIO PÚBLICO

El sistema de espacio público está compuesto por:

- Espacio público local.
- Espacio público global.

El primero corresponde al espacio público que existe en cada **UBT** y su aprovechamiento se asume se limita a dicha **UBT**. El segundo corresponde al espacio público cuyo aprovechamiento no solo se da dentro de la **UBT** si no que se extiende a todo el municipio (espacio público de carácter metropolitano). Desarrollar

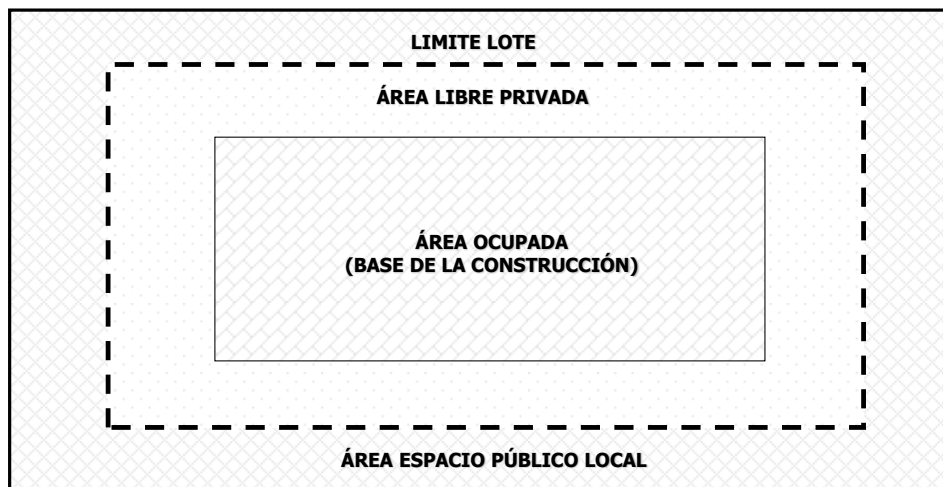
2.11 USO DEL SUELO

El uso del suelo en una **UBT** se divide en varios tipos:

- Residencial: espacio ocupado para vivienda
- Empresarial: espacio ocupado por los sectores empresariales
- Equipamientos: espacio ocupado por equipamientos
- Vialidad: espacio ocupado por los sistemas de tráfico

El desarrollo de la construcción para los tres primeros usos se divide en área desarrollada en planta (en piso) y área desarrollada en altura.

DISTRIBUCION DEL USO DEL SUELO



Para edificaciones en altura se cumple:

$$\text{ÁREA CONSTRUIDA} = \text{CANTIDAD DE PISOS} \times \text{ÁREA OCUPADA}$$

$$\text{ÁREA PREDIO} = \text{ÁREA LIBRE PRIVADA} + \text{ÁREA OCUPADA}$$

Para ciertas **UBTs**, el área de espacio público se cuenta dentro del área del lote debido a compromisos de cesión de espacios a que obliga el ordenamiento.

Para controlar la relación de área construida versus área ocupada se tienen en cuenta varios índices, por ejemplo:

ÍNDICE PARA USO DEL SUELO		
	ÍNDICE	DESCRIPCIÓN
ICOx	Índice de Construcción	Relación entre al área construida de la edificación y el área del predio. Específico para cada tipo de uso x
IOCx	Índice de Ocupación	Específico para cada tipo de uso x
NPMx	Índice de pisos	Número máximo de pisos que puede tener la edificación. Específico para cada tipo de uso x .

El índice de construcción (**ICOx**) restringe la relación entre el área construida y el área de predio (espacio en planta), de tal forma que se debe cumplir

$$\text{ÁREA CONSTRUIDA} / \text{ÁREA PREDIO (NETA O BRUTA)} \leq \text{ÍNDICE DE CONSTRUCCIÓN}$$

El índice de ocupación (**IOCx**) restringe la relación entre el área base del edificio (área construida proyectada) y el área de predio (espacio en planta), de tal forma que se debe cumplir

$$\text{ÁREA OCUPADA} / \text{ÁREA PREDIO (NETA O BRUTA)} \leq \text{ÍNDICE DE OCUPACIÓN}$$

El índice de pisos (**NPMx**) restringe la relación entre el espacio desarrollado en altura (área construida) y el espacio asociado en la planta (área base de la construcción), de tal forma que se debe cumplir

$$\text{ÁREA CONSTRUIDA} / \text{ÁREA OCUPADA} \leq \text{ÍNDICE DE PISOS}$$

El desarrollo de edificios implica asignar el área del lote total (variables **AxL**, **x** representa un carácter comodín igual a: **V** para vivienda, **I** para actividades económicas y **E** para equipamientos), el área ocupada, o de ocupación, (base de la construcción del edificio, **AxB**) y el área no construida (**AxF**). El desarrollo de construcciones de un sólo piso implica la asignación del área del lote (**AxP**). En vivienda y equipamientos sólo se considera construcción en edificios. Por lo tanto se debe cumplir:

$$AxL = AxF + AxB$$

El área construida en edificios se define como **AxA** debe cumplir con las siguientes restricciones:

- Índice de construcción (**ICOx**) que implica

$$AxA \leq ICOx \times AxL$$

- Densidad permitida (**IDEx**) que implica (solo aplicable a vivienda)

$$\Sigma NVU \leq IDEV \times AREA$$

- Número de pisos permitidos (**NPMx**)

$$AxA \leq NPMx \times AxB$$

El espacio público se divide en espacio para: vías primarias (**ATP**), vías secundarias (**ATS**) espacio público local (**ASL**) y espacio público global (**ASJ**). Para cada unidad básica territorial (**UBT**) el área total se subdivide en las anteriores áreas debiéndose cumplir:

$$AVL + AIL + AIP + AEL + ATP + ATS + ASL + ASJ \leq AREA$$

Donde **AREA** representa el área asignable (utilizable, es decir descontada el área no-utilizable por razones de protección ambiental) de la **UBT**. El siguiente diagrama representa lo anterior.

MODELAMIENTO DE LA DISTRIBUCION DEL ESPACIO POR UBT

VIVIENDA	EMPRESAS	EQUIPAMIENTOS	ESPACIO PÚBLICO
AVB	AIB	AEB	ATP
AVL	AIL	AEL	ATS
AVF	AIF	AEF	ASL
	AIP		ASJ

ÁREA CONSTRUIDA PROYECTADA	ÁREA NO CONSTRUIDA	ÁREA EN UN PISO	ESPACIO PÚBLICO	ÁREA VÍAS PRIMARIAS	ÁREA VÍAS SECUNDARIAS
----------------------------	--------------------	-----------------	-----------------	---------------------	-----------------------

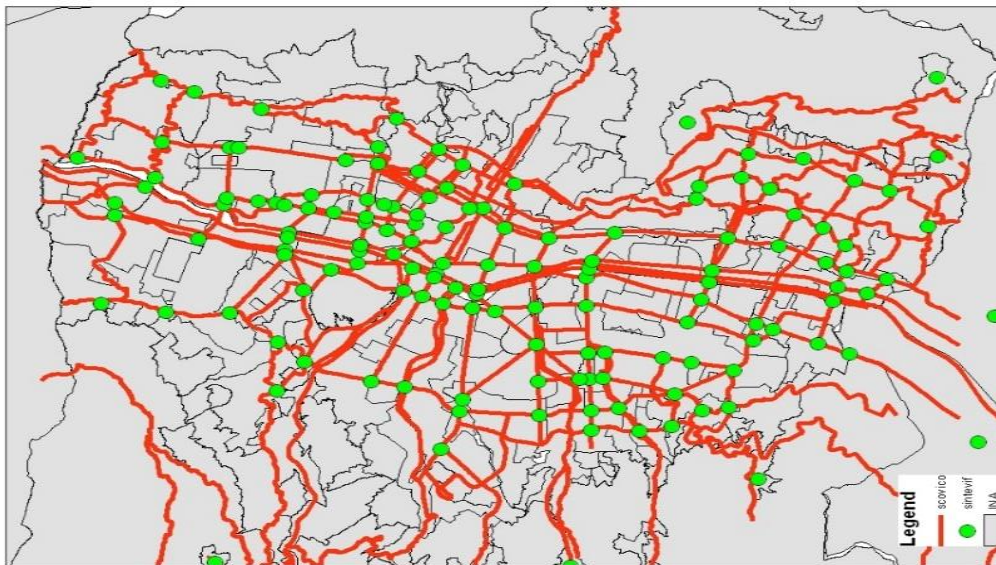
En el espacio se asume ocurre un proceso dinámico que permite variar las áreas asignadas a cada tipo de uso. En general las ecuaciones relacionadas con la dinámica del espacio tienen la siguiente estructura:

$$A_{xx,t} = A_{xx,t-1} + C_{xx,t} - D_{xx,t}$$

donde **A_{xx,t}** representa el área utilizada (tipo **xx**) al final del período **t** como función del área utilizada al comienzo de dicho período, **A_{xx,t-1}**, el crecimiento (expansión) de uso del área durante el período **t**, **C_{xx,t}**, y el decrecimiento (demolición) de uso del tipo de área durante el período **t**, **D_{xx,t}**. Para propósito de modelaje económico, se asume que las variaciones en el uso de un tipo área, construcción o demolición, implican costos que son determinantes del desarrollo del territorio.

2.12 SISTEMA DE MOVILIDAD

El sistema de transporte permite la movilidad dentro del territorio (entre las UBT) y con las regiones vecinas. La movilidad se realiza a través de sistemas de tráfico que pueden soportar uno o más modos de transporte y que están estructurados en una red de múltiples corredores de viales (arcos) que están interconectadas por intersecciones, que representan las carreteras/vías primarias y las secundarias de la región. El acceso de la población a los puntos de suministro de servicios sociales/empresariales es a través de modos de transporte que unen las UBT a través del sistema de tráfico. Las intersecciones y los corredores viales están restringidos por su capacidad, medida en vehículos de referencia por hora



2.12.1 LA DECISIÓN HUMANA

Una característica clave del modelado es la determinación de qué demandas de cada servicio social y cada servicio económico son asumidas por las instalaciones de servicios (equipamientos) de suministro ya que esto determina la demanda de servicios de movilidad en la región. EL modelaje utilizado se basa en la "Radom Utility Theory", RTU, teoría establecida por el Premio Nobel de Economía McFadden (1973), cuyos primeros trabajos se centran en la aplicación de modelos de elección al transporte (Domencich y McFadden, 1975), en este caso, existe una inversa proporcionalidad entre las asignaciones de la demanda a las instalaciones de suministro con la distancia entre los usuarios y las instalaciones; ... Se debe notar que en el modelo originalmente utilizado para el estudio de Medellín, estuvo basado en la "Deterministic Utility Theory", DTU.

Esta teoría se presenta con mayor detalle en el capítulo 3 del libro.

2.12.2 SISTEMA DE TRANSPORTE MULTIMODAL

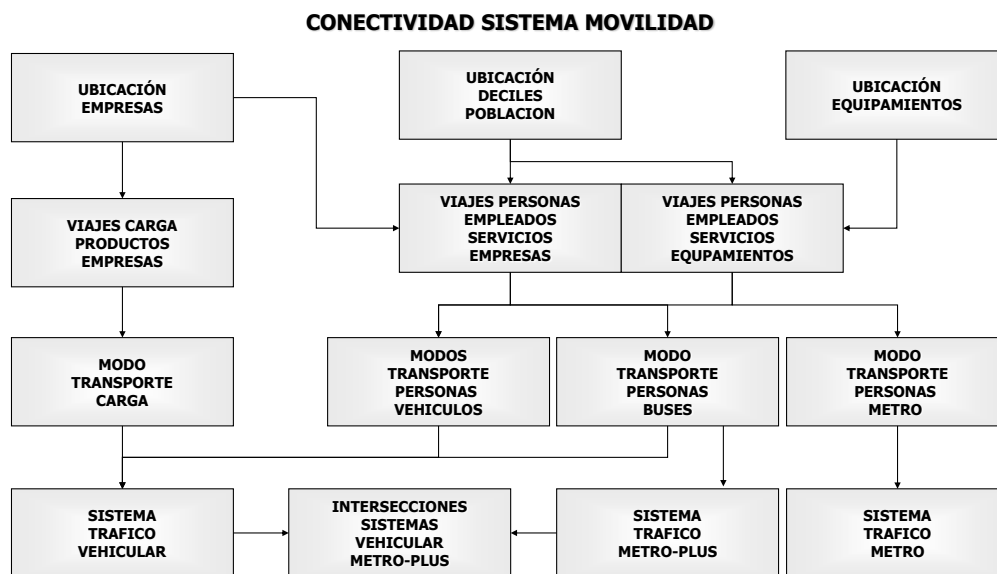
El sistema de interconexión que permite la movilidad de personas y de productos a lo largo del territorio se estructura bajo los siguientes conceptos:

- Modos de transporte
- Demanda de servicios de transporte
- Sistemas de tráfico

La conectividad del sistema de movilidad se expresa así:

- La ubicación de las personas, las empresas y los equipamientos generan viajes de personas por razones de empleo y de demanda de servicios, de las empresas y de los equipamientos. Estos viajes se realizan por diversos modos de transporte.
- La ubicación de las empresas genera viajes por razones de demanda de materias primas y de oferta de productos finales que dichas empresas consumen, o producen. Dicho transporte se realiza por un modo de transporte propio del transporte de carga.
- Los modos de transporte se desplazan por sistemas de tráfico que permiten el desplazamiento del modo de transporte. Los diferentes sistemas de tráfico pueden compartir intersecciones.

El siguiente diagrama presenta el proceso descrito.



2.12.3 SISTEMAS DE TRÁFICO

Para el transporte de personas y de productos se ha conceptualizado un sistema multimodal para desplazarse dentro del territorio y desde/hacia zonas vecinas al territorio. Para realizar los cálculos de flujo equivalente entre modos de transporte, para cada modo de transporte se asume un vehículo prototipo para el modo y para todo el sistema de tráfico se asume un vehículo equivalente prototipo.

La interconectividad que permite la movilidad al interior del territorio (entre **UBTs**) y con espacio exteriores vecinos (municipios vecinos) se realiza por medio de sistemas de tráfico que pueden soportar uno o varios modos de transporte y que se estructuran con base en corredores viales compuestos por múltiples tramos viales que se interconectan entre sí en las intersecciones del sistema de tráfico. Las **UBTs** acceden a tramos de los corredores viales de forma tal que es posible describir la movilidad de personas y de productos a lo largo del territorio. Los tramos son direccionados y unen dos intersecciones, una de origen y otra de destino.

Los sistemas de tráfico pueden estar restringidos en los tramos, en las intersecciones y en su conectividad con las **UBTs**. La capacidad de flujo se mide en vehículos equivalentes-hora. Para describir el flujo se utilizan ecuaciones de balance y restricciones de capacidad en los tramos y en las intersecciones.

2.12.4 COSTO DE MOVILIDAD

El cálculo de estas variables es determinante de las soluciones que propongan los modelos al problema de localización de las personas, la infraestructura social y las empresas, por ello su importancia. El acceso de la población a los puntos de oferta de servicios sociales se realiza a través de los modos de transporte los cuales se conectan con las **UBTs** por medio de los sistemas de tráfico.

Para determinar los costos asociados a la movilidad se tienen en cuenta dos variables:

- El costo del uso de los vehículos.
- El costo del tiempo de viaje.

Para establecer el costo de viaje se tiene como referencia la distancia recorrida y el número de vehículos que recorren dicha distancia. Para establecer el costo del tiempo de viaje se toma como referencia el tiempo de viaje, y el número de personas que realizan dicho viaje y el costo del tiempo con base en el ingreso per capita del escenario económico de referencia.

2.13 EXPANSIÓN DE EQUIPAMIENTOS Y SISTEMAS DE TRANSPORTE

La expansión del sistema de equipamientos tiene como referencia los lineamientos de costos de expansión presentados en el capítulo 3.

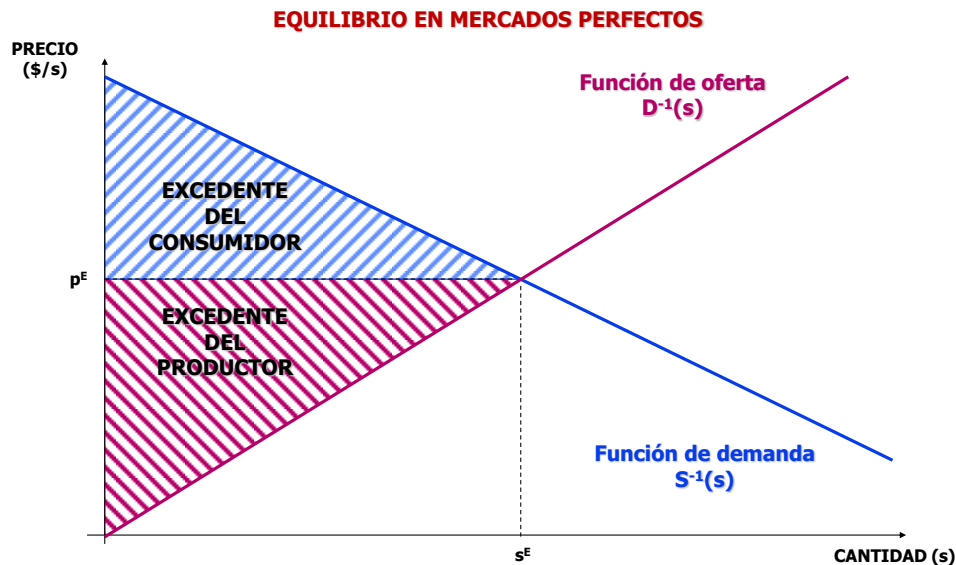
2.14 MAXIMIZACIÓN DEL EXCEDENTE SOCIAL

Siguiendo los principios fundamentales de la Teoría Walrasiana de Equilibrio General, el problema de obtener la asignación "óptima" del uso del suelo consiste en encontrar aquella que maximiza el excedente social que puede producir la región, de forma tal de garantizar el uso eficiente de todos los recursos, principalmente el suelo.

Existen al menos dos alternativas para conseguir este objetivo:

- **Vía Funciones de Oferta y Demanda:** implica determinar funciones de oferta y de demanda de los bienes y servicios que se transan en el mercado, incluyendo las importaciones y las exportaciones de dichos bienes y servicios; y
- **Vía Modelaje Técnico-Económico:** teniendo en mente que el excedente social es una medida de la riqueza que se genera como resultado de las interacciones de los mercados que componen una economía, una alternativa es maximizar la riqueza parcial con respecto a los recursos utilizados en el modelo, que se produce en la región. Para ello se tiene en cuenta el consumo de recursos que se requiere y los costos y los beneficios que genera la utilización de dichos recursos. Como referencia se toma un escenario de población demandante y se establece el desarrollo económico que se debe dar para satisfacer sus necesidades (demanda de bienes y servicios) y para exportar e importar bienes y servicios a otras economías.

La teoría de equilibrio de un mercado bajo competencia perfecta establece que el punto de equilibrio del mercado (precio-cantidad) es aquel que maximiza el excedente de la sociedad (excedente social) el cual está conformado como el excedente de los consumidores más el excedente de los productores. El siguiente diagrama describe la situación:



Desde el punto de vista matemático el punto de equilibrio (p^E , s^E) es aquel que soluciona el siguiente problema

$$\text{Maximizar } ES^{CP} = \int [D^{-1}(s) - S^{-1}(s)] ds$$

Donde ES^{CP} representa el excedente social bajo competencia perfecta, s la cantidad demandada, p el precio en el mercado, $D^{-1}(s)$ la función inversa de la demanda (el precio como función de la cantidad demandada) y $S^{-1}(s)$ la función inversa de la oferta (el precio como función de la cantidad producida).

Por lo anterior, el problema de Equilibrio General de una región se puede formular para mercados abiertos, con sistemas de producción lineales, como:

$$\begin{aligned} \text{ECG: } = \{ & \text{Min } z_p = c_p^T x + c_c^T y + p_i^T i - p_e^T e \mid \\ & A_p x - (s + i - e) = 0 \\ & A_c y + (s + i - e) = 0 \\ & B_p x = b_p \\ & B_c y = b_c \\ & x \geq 0 ; y \geq 0 ; s \geq 0 \} \end{aligned}$$

Donde:

- x vector de variables de decisión del productor (inversiones, capacidades, niveles de actividad, etc)
- c_p vector de costos asociado a las decisiones del productor
- s vector de cantidades producidas internamente
- A_p matriz técnico-económica que relaciona las cantidades demandadas con las decisiones del productor
- B_p matriz técnico-económica que determina la topología y la tecnología del productor
- b_p vector de recursos del productor
- y vector de variables de decisión del consumidor (inversiones, capacidades, niveles de actividad, etc)
- c_c vector de costos asociado a las decisiones del consumidor
- s vector de cantidades demandas al productor

A_c	matriz técnico-económica que relaciona las cantidades demandadas con las decisiones del consumidor
B_c	matriz técnico-económica que determina la topología y la tecnología del consumidor
b_c	vector de recursos del consumidor
e	vector de exportaciones
i	vector de importaciones
p_i	precio de referencia de las importaciones
p_e	precio de las exportaciones

Los precios de equilibrio **p** se determinan como

$$\mathbf{p} = \boldsymbol{\pi}$$

donde $\boldsymbol{\pi}$ representa al vector de variables duales de las restricciones $\mathbf{A}_p\mathbf{x} - (\mathbf{s} + \mathbf{i} - \mathbf{e}) = \mathbf{0}$.

Para el caso de interés, la economía de la región, el conjunto de restricciones

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_p\mathbf{x} - (\mathbf{s} + \mathbf{i} - \mathbf{e}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_c\mathbf{y} + (\mathbf{s} + \mathbf{i} - \mathbf{e}) &= \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_p\mathbf{x} &= \mathbf{b}_p \\ \mathbf{B}_c\mathbf{y} &= \mathbf{b}_c \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} ; \mathbf{y} \geq \mathbf{0} ; \mathbf{s} &\geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

es equivalente al modelaje de las interacciones sectores empresariales, equipamientos, empleos, población, usos del suelo y sistemas de transporte, las cuales se han descrito previamente.

La función objetivo resultante implica que maximizar el excedente social es equivalente a minimizar los costos que deben asumir los consumidores para demandar los bienes y servicios y los costos que deben asumir los productores para ofrecer dichos bienes y servicios menos los beneficios que se derivan del comercio con el sector externo.

En términos del modelaje de la economía de la región, los costos que deben asumir los consumidores para demandar los bienes y servicios corresponden a: i) costo social de transporte implícito en los desplazamientos de personas y de carga, función del tiempo de viaje y del costo económico de acceder al servicio, ii) inversión social que debe realizar el gobierno para atender la demanda de servicios sociales, incluye gastos en equipamientos y en sistemas de transporte.

Por su parte los costos que asumen los productores corresponden a los costos de todos los insumos y factores productivos que consumen los sectores empresariales. Aspectos que no se están considerando explícitamente en el presente modelo ya que el nivel de actividad de los sectores económicos es exógeno al modelo de asignación del uso del suelo. Por lo anterior, alternatively, la función objetivo se puede formular en términos de los beneficios netos que aporta al excedente social: i) el desarrollo del suelo por parte de los constructores y ii) los ingresos que tienen los empleados como remuneración a sus actividades, las que deben estar de acuerdo con las posibilidades del desarrollo de los sectores económicos que acotan la cantidad de empleos que genera la economía y provienen del modelo **ECSIM**.

Con base en lo anterior un equivalente del modelo **ECG**: puede formularse como:

$$\begin{aligned} \mathbf{ECG}^M: &= \{ \text{Min } \mathbf{z}_p = -\mathbf{u}_p^T \mathbf{s} + \mathbf{c}_c^T \mathbf{y} \mid \\ &\mathbf{A}_p\mathbf{x} - \mathbf{s} = \mathbf{0} \\ &\mathbf{A}_c\mathbf{y} + \mathbf{s} = \mathbf{0} \\ &\mathbf{B}_p\mathbf{x} = \mathbf{b}_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_c y &= b_c \\ x &\geq 0 ; y \geq 0 \\ d \geq s \geq 0 \end{aligned}$$

Donde **s** representa el nivel de actividad de los sectores empresariales, **u_p** la utilidad social aportada por dicho nivel de actividad, la cual está relacionada con la remuneración pagada a los empleados y con el beneficio que se genera por el desarrollo del territorio, y **d** el máximo nivel de actividad a que pueden llegar dichos sectores.

En definitiva una medida del excedente social se calcula como:

$$\begin{aligned} &\text{INGRESOS POR EMPLEO} \\ &+ \\ &\text{BENEFICIOS POR DESARROLLO DEL SUELO} \\ &- \\ &\text{INVERSIÓN EN DESARROLLO DE INFRAESTRUCTURA} \\ &- \\ &\text{COSTO DE ACCESO A LOS EQUIPAMIENTOS Y SERVICIOS ECONÓMICOS} \end{aligned}$$

REFERENCIAS

- Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Plan de Ordenamiento Territorial de La Zona Norte, Medellín, 1988.
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Planes de Ordenamiento Territorial Municipios del Valle de Aburrá 1999
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Plan de Ordenamiento Territorial de La Zona Sur, Medellín, 1988 429 p.
- Aalborg Charter (1994). "Charter of European Cities and Towns Towards Sustainability". <http://www.iclei.org/europe/echarter.htm>
- Administraciones Municipales. Planes de Desarrollo Municipios del Valle de Aburrá, 1991-2003.
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 1998. Plan estratégico de Medellín y el Área Metropolitana 2015, La Visión y los proyectos. Medellín, Colombia
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 1999. Estadísticas Metropolitanas. Medellín, Colombia.
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 1999. Orientaciones metropolitanas de ordenamiento territorial. Medellín, Colombia
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 2001. Manual de Empresas, Inventario de Fuentes Fijas de Emisión "Calderas" de la Zona Sur del Valle de Aburrá. Medellín, Colombia.
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 2002. Programas Estratégicos, centralidades, vivienda y movilidad. Plan integral de desarrollo metropolitano del Valle de Aburrá, Proyecto Metrópoli 2002 - 2020 Medellín, Colombia.
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 2002. Proyecto Metrópoli 2002 - 2020 - Plan integral de desarrollo metropolitano del Valle de Aburrá. Medellín, Colombia.
- Área Metropolitana del Valle de Aburrá, UNDP. 2003. Directrices básicas para la aplicación, revisión y ajustes de los POT, Un aporte del Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Convenio COL/01/034PNUD - Municipio de Medellín - ÁREA Metropolitana del Valle de Aburrá. Medellín, Colombia.
- DAP-AM (2005). Propuesta de Sistema Integrado para el reparto de cargas y de beneficios en el marco de la revisión ordinaria del Plan de Ordenamiento Territorial de Medellín. Departamento Administrativo de Planeación de la Alcaldía de Medellín. Julio de 2005
- Bogardi, J. y H. P. Nachtnebel (1994). Multicriteria Decision Analysis in Water Resources Management. UNESCO and International Hydrological Programme.
- Cámara de Comercio de Medellín para Antioquia. Propuesta: Modelo Integral de Planeación Y Simulación para la Gestión Social del Desarrollo en Medellín, Área Metropolitana y Antioquia. Marzo de 2004.
- Cohen E. , Martinez R. y Donoso P. (2003). "Localización De Infraestructura Educativa Para Localidades Urbanas de la Provincia de Buenos Aires". Ministerio de Educación, Argentina. Naciones Unidas CEPAL, División de Desarrollo Social, Santiago de Chile.
- Daly, H.E. (1991). "Steady State Economics". Washington, D.C. Island Press.
- ECSIM, Área Metropolitana del Valle de Aburrá, 2005. Propuesta de modelo integral de planeación y simulación para la gestión social del desarrollo en el área metropolitana y determinación de los impactos ambientales, urbanos y de movilidad. En ejecución, documento de trabajo.
- Gobernación de Antioquia, Departamento Administrativo de Planeación, Anuario Estadístico de Antioquia 2002. Medellín, Colombia.
- Goicoechea, A., D. Hansen y L. Duckstein (1982). Multiobjective decision analysis with engineering and business applications. John Wiley and Sons.
- Gómez S., Diego. Economía Sistémica. Medellín, Colombia. En proceso de publicación. 2004
- Haimes, Y. Y. y W. A. Hall (1977). Sensitivity, responsivity, stability, irreversibility as multiple objectives in civil systems. Advances in Water Resources, 1(2).
- Haimes, Y. Y., D. A. Wismer y L. S. Lasdon (1971). On bicriterion formulation of the integrated system identification and system optimization. IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, SMC-1, 196-297.
- Lautso, Spiekermann, Wegener, 2002. Modelling Policies for Urban Sustainability. Paper presented at the 42nd Congress of the European Regional Science Association (ERSA), Dortmund, 27-31.
- Luce, R. D. y H. Raifa (1957). Games and decisions. Wiley, New York.

- Rave, Smith, Cadena, et al., 2005. Evaluación Integrada Energía Ambiente Economía para la planificación sostenible de núcleos locales. Caso de aplicación Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Documento completo. Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín.
- Rosenbaum, Koenig, 1997. Evaluation of modeling tools for assessing land use policies and strategies. U.S. Environmental Protection Agency, EPA420-R-97-007. California
- Savage, L. J. (1954). The Foundations of Statistics, Dover, New York.
- Smith R., O. Mesa, I. Dyner, P. Jaramillo, G. Poveda y D. Valencia (2000). Decisiones con múltiples objetivos e incertidumbre. 2ª edición. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Minas, Medellín.
- The Florida Department of Transportation, 1996. ZDATA2 Study Technical Memorandum No. 3. Land Use Allocation Methodologies and Their Applicability In Florida. Miami Beach, Florida
- Tulkens, H. "On FDH Efficiency Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts and Urban Transit," Journal of Productivity Analysis 4: 183-210. (1993)
- Verbarga, Schota, Dijsta, Veldkampb. Land use change modelling: current practice and research priorities. Faculty of Geographical Sciences, Utrecht University, GeoJournal: in press
- Von Neumann, J. y O. Morgenstern (1947). Theory of games an economic behavior. 2nd Ed, Princenton Univ. Press, Princenton.
- WCED - World Commission on Environment and Development (1987). "Our Common Future". Oxford: Oxford University Press.
- White, Engelen, 2000. High-resolution Integrated Modelling of the Spatial Dynamics of Urban and Regional Systems. Computers, Environment and Urban Systems, 24 (2000) 383±400. www.elsevier.com/locate/compenvurbsys
- Zadeh, L. (1963). Optimality and Non-Scalar-Valued performance criteria. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-8, No 59.
- Zeleny, M. (1973). Compromise Programming. In: Multiple Criteria Decision Making, J. L. Cochrane and M. Zeleny (Editors). University of South Carolina Press, Columbia, South Carolina, 263-301.